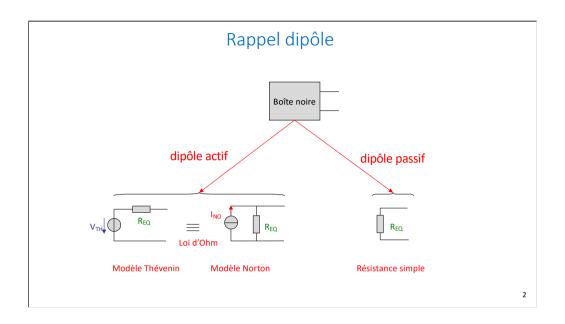
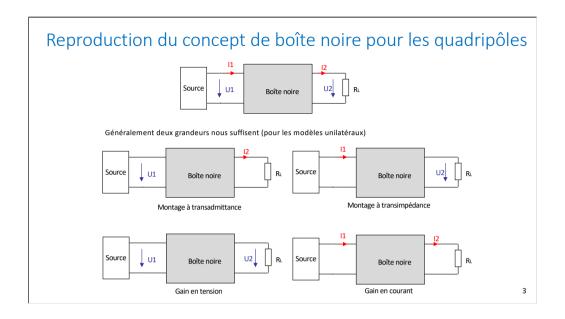


Le cours d'aujourd' hui est probablement l' un des plus originaux en terme de concept de modélisation. Il est simple à exploiter, mais peut paraître surprenant voire déroutant par son caractère parfois abstrait lorsque les circuits analysés se limitent à des résistances. C'est véritablement dans la suite du cours avec l'étude des transistors et l'analyse des amplificateurs, que la modélisation des quadripôles s'avérera un outil incontournable.



On rappelle que les dipôles étudiés la semaine précédente étaient:

- soient exclusivement constitués de résistances (dipôles passifs), pouvant se modéliser par une résistance unique
- Soient constitués d'une combinaison de résistances et de sources diverses, se modélisant de deux manières: Le modèle de Thévenin ou celui de Norton. Les deux modèles sont tout à faits équivalents puisque le lien permettant de passer de l'un à l'autre correspond à la loi d'Ohm.



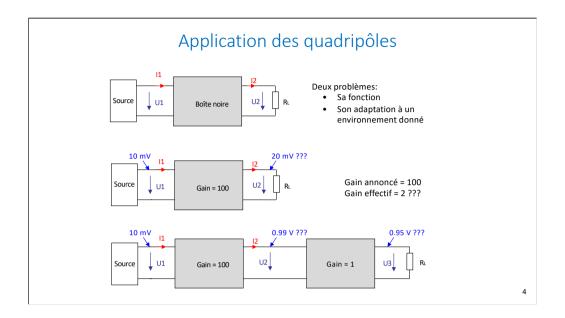
Le quadripôle comme son nom l'indique est une boîte noire vue depuis l'extérieur depuis quatre connexions.

Leur rôle est de transformer un signal d'entrée en un signal qui sera appliqué à une sortie. En électricité la grandeur transformée est soit un courant, soit une tension, mais l'interfaçage entre des phénomènes de natures différentes permettrait d'exploiter ce concept pour des grandeurs de natures très variées (température, pression, viscosité, élasticité, ....).

Nous nous limiterons évidemment au domaine de l'électricité qui met en évidence quatre types de transformation

- 1. Tension vers tension: On parle de gain en tension
- 2. Courant vers courant: On parle de gain en courant
- Tension vers courant: On parle de transconductance ou trans-admittance.
   Admittance ou conductance évoque la nature de la transformation. Ici « Trans » évoque la notion de transformation, alors que résistance ou impédance évoque la nature de la transformation
- 4. Courant vers tension: On parle de trans-résistance ou trans-impédance.

Remarque: On note que la notion de gain ne se limite pas à l'étude des amplificateurs. Un gain supérieur à 1 signifie qu'il y a amplification, alors qu'un gain inférieur à 1 implique une atténuation



Les quadripôles correspondent donc à une autre forme de modélisation qui a pour but de simplifier l'analyse des circuits.

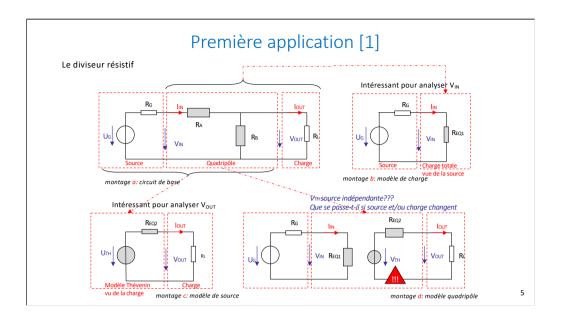
Tous les montages impliqués dans une transformation pourraient être modélisés avec des quadripôles (exemple: filtres, ampli, circuits de modulation,...), cependant, c'est principalement les amplis qui justifient cette exploitation.

L'efficacité d'une transformation nécessitera de connaître:

- les caractéristiques intrinsèques du quadripôle
- le contexte d'utilisation du quadripôle (son environnement)

Les caractéristiques du montage complet (quadripôle et son environnement) peuvent être très altérées (exemple: gain annoncé de 100 pour un gain réel de 2).

Pour exploiter les caractéristiques intrinsèques du quadripôle, il sera parfois nécessaire de le transformer, mais plus généralement de lui adjoindre d'autres circuits (quadripôles aussi) dont le rôle sera d'adapter le quadripôle à son environnement.



La première application nous indique que le modèle du quadripôle ne peut se « deviner » à partir des concepts vus les semaines précédentes.

Pour illustrer cette situation nous prenons un simple diviseur résistif. Nous voyons bien qu'à l'entrée du diviseur est appliquée une tension appelée VIN, alors qu'à la sortie nous obtenons une tension V<sub>OUT</sub>. Vis à vis de l'extérieur, le diviseur forme un quadripôle.

Nous disposons pour résoudre le problème de deux techniques de simplification:

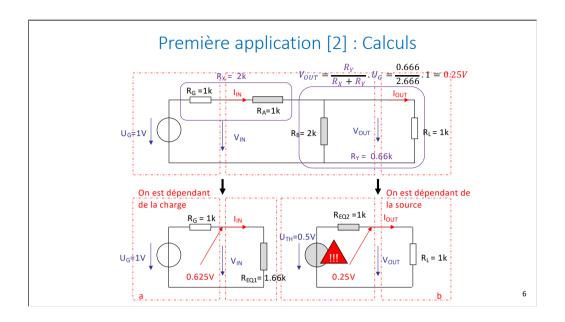
- Il est possible de fusionner toutes les résistances vues par la source, à savoir R<sub>A</sub>, R<sub>B</sub> et R<sub>L</sub>. Cette fusion donne une résistance unique qui forme avec R<sub>G</sub> un diviseur résistif. La tension obtenue à la sortie de la source (sur R<sub>FO</sub>) vaut V<sub>IN</sub> comme dans le montage d'origine
- 2. Si l'on observer le dipôle vu depuis la charge, on constate qu'il est actif. Il est possible d'utiliser le modèle de Thévenin pour le réduire à une source de tension et une résistance. La tension obtenue sur R<sub>1</sub> vaut V<sub>OIT</sub> comme dans le montage d'origine

Au vu du montage d, on imagine que le modèle du quadripôle est une combinaison des montages b et c.

On peut vérifier que les résultats sont corrects lors d'une application numérique. c'est correct.

Cependant il y a deux problèmes.

- Si la source ou la charge change, il faut recommencer tous les calculs. Il faudrait au moins trouver une invariance (comme dans Thévenin - Norton) soit pour la source, soit pour la charge. Pour les deux nous verrons que c'est impossible (il faut une autre forme de modélisation)
- Conceptuellement, la source Thévenin apparaît indépendante sur le schéma, alors que dans la réalité elle dépend de la source U<sub>G</sub> et des composants du quadripôle. C'est la notion complémentaire que nous évoquerons par la suite.



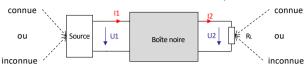
Dans le cas a, le modèle est dépendant de la charge utilisée

Dans le cas b, le modèle Thévenin est dépendant de la source utilisée, d'où l'erreur conceptuelle relevée dans la dia 5.

Problème dans un cas comme dans l'autre:

- on perd des informations. On aimerait être capable de calculer  $V_{\text{IN}}$  et  $V_{\text{OUT}}$
- Que se passe-t-il si la source ou la charge sont inconnues?
- Que se passe-t-il si les deux sont inconnues?

# Les situations analysées



- 1. Source et charge connues: Pas besoin de modéliser (tout est figé)
- 2. Source inconnue et charge connue: Modéliser la boîte noire pour être indépendante de la source
- 3. Source connue et charge inconnue : Modéliser la boîte noire pour être indépendante de la charge
- 4. Source et charge inconnues: Modéliser la boîte noire pour être indépendante de la charge et de la source

#### Attention :

- Les modèles proposés doivent permettre de calculer l'impact de la source et de la boîte noire sur une charge uniquement (différent si c'était une source).
- Quelle que soit la configuration, les applications numériques pour la charge doivent être identiques.
- Les localisations de la source et de la charge sont connues.

Cas général: On ne sait pas où sont localisées la source et la charge et on ne connaît pas leurs valeurs

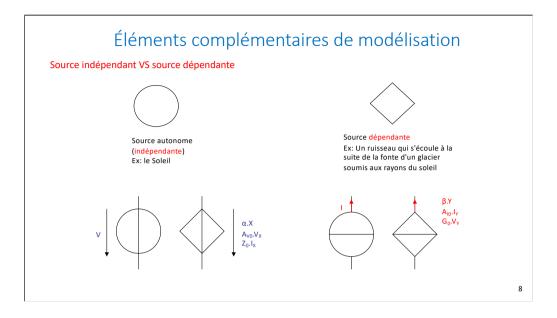
- 7

La modélisation d'un quadripôle est lié au contexte d'utilisation.

- 1. Dans le cas où l'environnement du quadripôle est entièrement déterminé, la modélisation n'a aucun intérêt puisque tout est figé.
- 2. Certaines gammes d'application utilisent toujours un même type de charge: exemple du domaine de la Hifi. Le modèle devra tenir compte de la charge, et rester indépendant de la source.
- 3. Certaines gammes d'application utilisent toujours un même type de source: exemple du domaine de l'instrumentation avec usage d'un même capteur, mais pour des usages différent). Le modèle devra tenir compte de la source, et rester indépendant de la charge.
- 4. Dans le cas général, ni la source, ni la charge ne sont connues. Le modèle doit être totalement indépendant de ces deux modules.

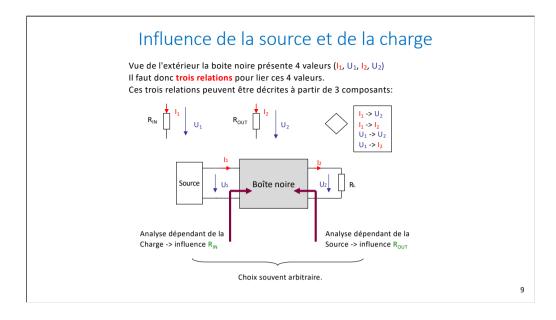
Remarque 1: Si dans le cas général, le modèle est indépendant de la source et de la charge, on pourrait très bien imaginer que charge et source soient permutées, ou encore disposer de deux sources, voire de deux charges.

Remarque 2: Les explications qui vont suivre sont pertinentes pour une configuration avec **une source et une charge** (ou récepteur).



Les sources dépendantes, comme leur nom l'indique, dépendent d'une manifestation phénoménologique extérieure. On trouve dans la nature des sources dépendantes en grande quantité, justifiant le principe de causalité. En électricité, les capteurs et des actuateurs illustrent cette situation. Dans le cadre du cours d'aujourd'hui nous nous limiterons aux phénomènes purement électriques. Il est donc normal d'imaginer qu'une tension ou un courant contrôlent une source de tension, de même, une tension ou un courant contrôleront une source de courant.

La différence entre des sources dépendantes et des sources indépendantes est symbolisée par un losange. Comme pour les sources indépendantes, la barre située dans la continuité de la connexion de la source ou perpendiculaire à cette connexion, exprime (comme pour les sources indépendantes) la nature de la source (courant ou tension).



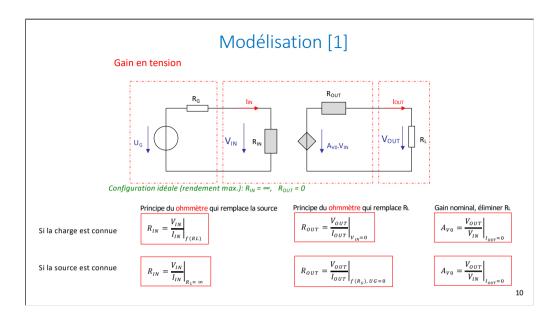
Les quadripôles mettent en jeu deux couples de paramètres ( $V_{IN}$ ,  $I_{IN}$  en entrée) et ( $V_{OUT}$ ,  $I_{OUT}$  en sortie).

Pour lier 4 paramètres, il est nécessaire d'identifier 3 équations. Ces 3 équations donneront les valeurs des éléments composant le quadripôle:

- Une résistance d'entrée (R<sub>IN</sub>) mettant linéairement en relation I1 et U1
- Une résistance de sortie(R<sub>OUT</sub>) mettant linéairement en relation 12 et U2
- Une source dépendante (tension ou courant selon le modèle utilisé) qui met en relation un paramètre d'entrée et un paramètre de sortie

Nous avons vu précédemment que les présences d' une source et d' une charge influencent le comportement du quadripôle, alors que dans le cours sur les dipôles les modèles (Thévenin et Norton) ne dépendaient pas de l'environnement.

En fait, c'est assez logique car le quadripôle a pour objectif naturel de transformer un signal d'entrée en signal de sortie. Il y a donc bien une influence. Les quadripôles que nous étudions en première partie vont aboutir à des modèles où l'entrée et la sortie ne s'influencent pas mutuellement.

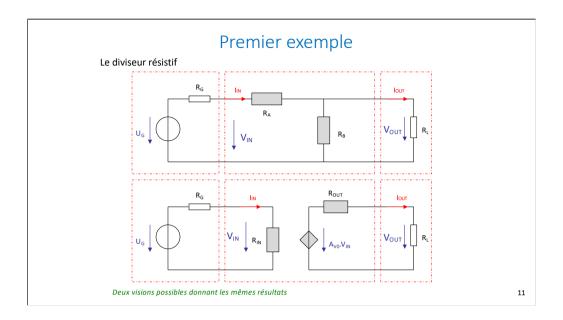


La première forme de modélisation se traduit par une source de tension commandée en tension.

Deux modèles sont disponibles:

- 1. Modèle tenant compte de la charge:
  - La charge influence le calcul de la résistance R<sub>IN</sub>. R<sub>IN</sub> est la résistance vue depuis la source en intégrant la charge dans le calcul.
  - La résistance de sortie ne tient pas compte de la source. Se débarrasser de la source revient à court-circuiter cette dernière. Une tension nulle n' influencera pas le calcul de R<sub>OUT</sub> (comme pour le cas de Thévenin - Norton)
  - La source de tension est commandée en tension. Dans le calcul on considère comme dans Thévenin que la valeur de la source de tension est obtenue à la sortie à vide (rien n' est connecté à la sortie).
- 2. Modèle tenant compte de la source:
  - La charge n' influence pas le calcul de la résistance R<sub>IN</sub>. Pour que la charge n' influence pas le calcul de R<sub>IN</sub> on la considère infinie.
  - La résistance de sortie, en revanche, tient compte de la source. Attention, non pas au niveau de la tension, mais au niveau de sa résistance interne. En d'autres termes on court-circuite U<sub>G</sub>, mais R<sub>G</sub> est intégrée dans le calcul de R<sub>OLIT</sub>.
  - La source de tension est évaluée exactement dans le même façon que précédemment.

Remarque: Un quadripôle idéal devrait permettre d'appliquer toute la tension UG sur la charge. Cela suppose un rendement de 100% avec  $R_{IN}$  infinie et  $R_{OUT}$  nulle



Les explications précédentes peuvent paraître abstraite, et il serait très long pour démontrer analytiquement la pertinence de ce modèle.

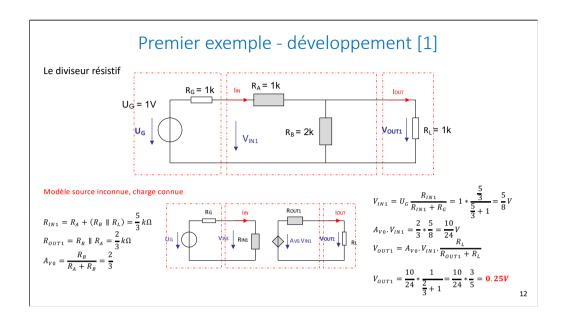
Le plus simple serait de développer un exemple complet à partir de différentes méthodes qui aboutiraient toutes au même résultat.

- Méthode 1: Calcul direct de la tension V<sub>OUT</sub>, sans tenir compte d'aucun modèle.
- Méthode 2: Modéliser avec Thévenin, la source que voit la charge et en déduire V<sub>OUT</sub>.
- Méthode 3: Modéliser le quadripôle en tenant compte de la charge, et en déduire  $V_{\text{OUT}}$ .
- Méthode 4: Modéliser le quadripôle en tenant compte de la source, et en déduire  $V_{\text{OUT}}$ .

Dans les quatre cas,  $V_{\mbox{\scriptsize OUT}}$  doit être identique.

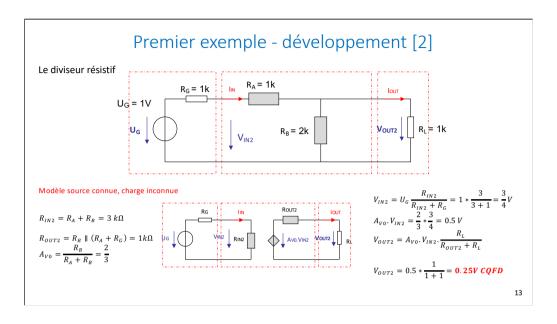
Avec l'application numérique proposée dans la diapositive 6 nous aurions aussi trouvé  $V_{\text{OUT}}$  = 0.25V

**Remarque** : Avec les approches proposées, le calcul de  $V_{\text{IN}}$  n'est pas forcément correct, mais cela ne remet pas en cause la méthode qui a pour objectif de calculer l'impact sur la charge.



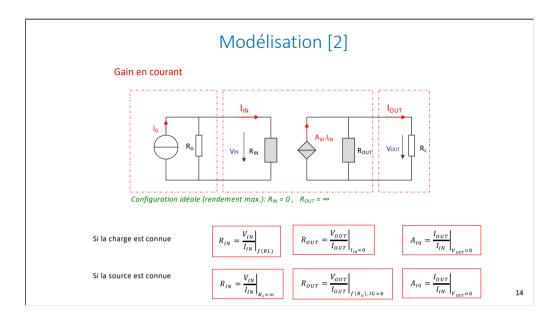
L'application numérique pour V<sub>OUT1</sub> donne un résultat identique au calcul de la dia 6.

A noter que le calcul de  $V_{\text{IN1}}$  donne aussi le même résultat. Ce n'est pas une garantie (la dia suivante montrera d'ailleurs le contraire) et cela n'a aucune importance compte tenu de l'objectif annoncé.



Là encore, l'application numérique pour  $V_{\text{OUT2}}$  donne un résultat identique au calcul de la dia 6.

En revanche, les valeurs intermédiaires sont différentes, qu'il s'agisse de  $V_{\text{IN}2}$  ou de  $A_{\text{V}0}.V_{\text{IN}2}$ 

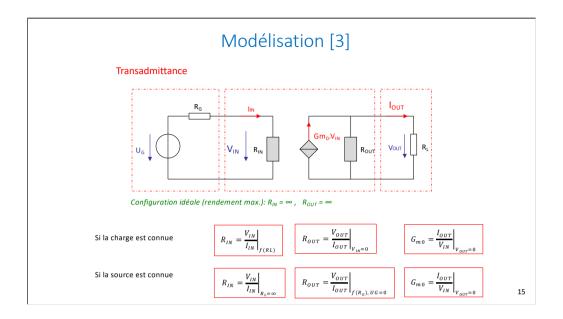


La seconde forme de modélisation se traduit par une source de courant commandée en courant.

Comme pour la première transformation, deux modèles sont disponibles:

- 1. Modèle tenant compte de la charge:
  - Comme dans la version 1, la charge influence le calcul de la résistance R<sub>IN</sub> qui est intégrée dans le calcul.
  - La résistance de sortie ne tient pas compte de la source. Se débarrasser de la source de courant revient à enlever celle-ci (circuit ouvert). Une courant nul n' influencera pas le calcul de R<sub>OUT</sub> (comme pour le cas de Thévenin - Norton)
  - La source de courant est commandée en courant. Dans le calcul on considère comme dans Norton que la valeur de cette source de courant est obtenue en court-circuitant la sortie.
- 2. Modèle tenant compte de la source:
  - La charge n' influence pas le calcul de la résistance  $R_{\text{IN}}$ . Pour que la charge n' influence pas le calcul de  $R_{\text{IN}}$  on la considère infinie.
  - La résistance de sortie, en revanche, tient compte de la source. Attention, non pas au niveau du courant, mais au niveau de sa résistance interne. En d'autres termes on enlève I<sub>G</sub>, mais R<sub>G</sub> est intégrée dans le calcul de R<sub>OUT</sub>.
  - La source de courant est évaluée exactement dans le même façon que précédemment.

Remarque: Un quadripôle idéal devrait permettre d'appliquer tout le courant  $I_G$  sur la charge. Cela suppose un rendement de 100% avec  $R_{IN}$  nulle et  $R_{OUT}$  infinie

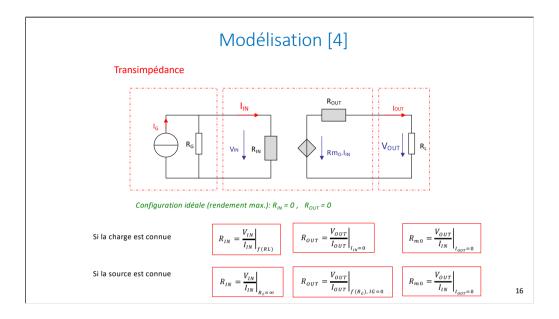


La troisième forme de modélisation se traduit par une source de courant commandée en tension.

Comme pour la première transformation, deux modèles sont disponibles:

- 1. Modèle tenant compte de la charge:
  - $\bullet \quad$  Comme dans la version 1, la charge influence le calcul de la résistance  $R_{\text{IN}}$  qui est intégrée dans le calcul.
  - La résistance de sortie ne tient pas compte de la source. Ici on se débarrasse comme dans la version 1, de la source de tension.
  - La source de courant est commandée en tension (transconductance). Dans le calcul on considère comme dans Norton que la valeur de cette source de courant est obtenue en court-circuitant la sortie.
- 2. Modèle tenant compte de la source:
  - La charge n' influence pas le calcul de la résistance R<sub>IN</sub>. Pour que la charge n' influence pas le calcul de R<sub>IN</sub> on la considère infinie.
  - La résistance de sortie, en revanche, tient compte de la source. Attention, non pas au niveau de la tension, mais au niveau de sa résistance interne. En d'autres termes on court-circuite U<sub>G</sub>, mais R<sub>G</sub> est intégrée dans le calcul de R<sub>OUT</sub>.
  - La source de courant est évaluée exactement dans le même façon que précédemment.

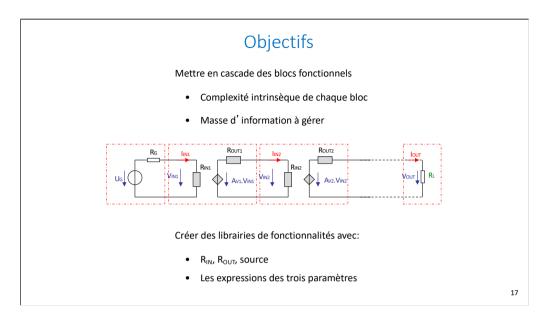
Remarque: Un quadripôle idéal devrait permettre d'appliquer toute la tension  $U_G$  sur la charge. Cela suppose un rendement de 100% avec  $R_{\rm IN}$  infinie et  $R_{\rm OUT}$  infinie



La quatrième forme de modélisation se traduit par une source de tension commandée en courant. Comme pour la première transformation, deux modèles sont disponibles:

- 1. Modèle tenant compte de la charge:
  - Comme dans la version 1, la charge influence le calcul de la résistance R<sub>IN</sub> qui est intégrée dans le calcul.
  - La résistance de sortie ne tient pas compte de la source. Ici on se débarrasse comme dans la version 2, de la source de courant.
  - La source de tension est commandée en courant (transrésistance ou transimpédance).
     Dans le calcul on considère comme dans Norton que la valeur de cette source de tension est obtenue à la sortie sans charge (à vide).
- 2. Modèle tenant compte de la source:
  - La charge n' influence pas le calcul de la résistance R<sub>IN</sub>. Pour que la charge n' influence pas le calcul de R<sub>IN</sub> on la considère infinie.
  - La résistance de sortie, en revanche, tient compte de la source. Attention, non pas au niveau du courant, mais au niveau de sa résistance interne. En d'autres termes on enlève I<sub>G</sub>, mais R<sub>G</sub> est intégrée dans le calcul de R<sub>OLIT</sub>.
  - La source de courant est évaluée exactement dans le même façon que précédemment.

Remarque: Un quadripôle idéal devrait permettre d'appliquer tout le courant  $I_G$  sur la charge. Cela suppose un rendement de 100% avec  $R_{\text{IN}}$  nulle et  $R_{\text{OUT}}$  nulle



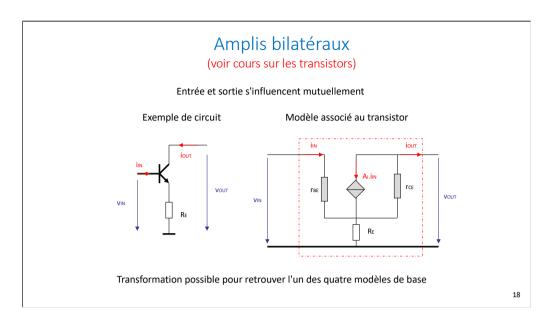
Comme nous le verrons dans le cours sur les amplificateurs, la modélisation des quadripôles permet de travailler avec des blocs fonctionnels qui s'assembleront comme des pièces de LEGO, avec un minimum d'effort d'évaluation.

En fait l'effort est consenti lors de la modélisation de chaque bloc fonctionnel.

Une mise en cascade de plusieurs blocs nous donne deux valeurs:

- Un facteur de transformation nominal. Par exemple un gain total correspondant au produit des gains de tous les étages composants le montage.
- Un facteur de rendement. L'assemblage de deux étages forme chaque fois un diviseur résistif qui génère un rendement inférieur à 100%. Le produit de tous ces rendements donne un rendement global.

Le produit du facteur global de transformation par le rendement global, nous donne le facteur de transformation réel du montage.



Dans les développements précédents, les modèles étaient obtenus sur des montages unipolaires où entrée et sortie ne s'influençaient pas. Ils étaient totalement découplés.

Lors de l'étude sur les transistors, nous verrons comment certains montages (comme celui proposé en exemple) impose une influence mutuelle entre la sortie et l'entrée. Ici c'est la présence de la résistance  $R_{\text{E}}$  qui est à l'origine de cette situation.

Nous verrons qu'il est possible de transformer ce modèle intermédiaire pour retrouver l'un des quatre modèles étudiés.

### Cas Général

### Indépendance totale de l'environnement

Bloc G et Bloc D non spécifiés



Nous avons ici 16 configurations différentes:

#### Vue de Bloc G:

- une résistance et
- un élément de transformation (Gain en tension, gain en courant, transimpédance, transadmittance)

#### Vue du Bloc D:

- une résistance et
- un élément de transformation (Gain en tension, gain en courant, transimpédance, transadmittance)

19

Dans le cas général, la localisation de la source et de la charge n'a aucune importance. Il est même possible d'imaginer que nous ayons deux sources de part et d'autre du quadripôle, voire deux charges. La modélisation doit donc s'exécuter indépendamment de l'environnement.

16 modèles peuvent être développés pour le quadripôle:

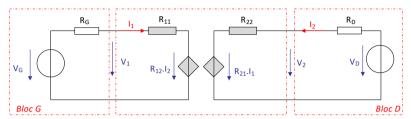
- Le bloc G (gauche) voit deux composants: une résistance et un élément de transformation. L'élément de transformation représente, sous l'une des quatre formes connues, l'influence que le bloc D a sur le bloc G ou encore
  - U2 -> U1 (Gain en tension)
  - U2 -> I1 (transConductance ou transAdmittance)
  - I2 -> I1 (Gain en courant)
  - 12 -> U1 (transRésistance ou transImpédance)
- Le bloc D (droit) voit aussi deux composants: une résistance et un élément de transformation. L'élément de transformation représente, sous l'une des quatre formes connues, l'influence que le bloc G a sur le bloc D ou encore
  - U1 -> U2 (Gain en tension)
  - U1 -> I2 (transConductance ou transAdmittance)
  - I1 -> I2 (Gain en courant)
  - I1 -> U2 (transRésistance ou transImpédance)

Si on combine les deux vues on obtient 16 combinaisons possibles. Nous n'étudierons pas cette partie très mathématique et peu utile dans la suite du cours

# Cas Général

## Représentation matricielle du quadripôle

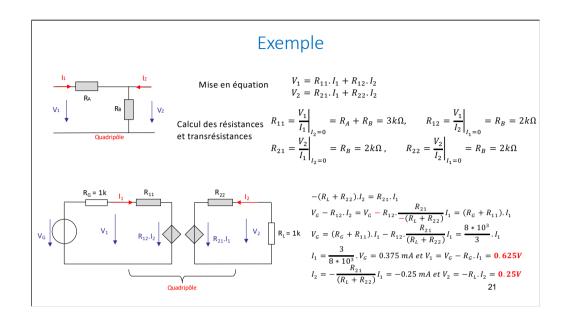
1 modèle parmi les 16 modèles possibles



 $\begin{array}{ll} \mbox{L'analyse des branches V}_1\mbox{ et V}_2 & V_1=R_{11}.I_1+R_{12}.I_2\\ \mbox{donne les relations suivantes} & V_2=R_{21}.I_1+R_{22}.I_2 \end{array}$ 

On peut représenter ces relations  $\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$  de manière matricielle

La formulation des différentes résistances  $R_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0}$   $R_{12} = \frac{V_1}{I_2}\Big|_{I_1=0}$   $R_{21} = \frac{V_2}{I_1}\Big|_{I_2=0}$   $R_{22} = \frac{V_2}{I_2}\Big|_{I_1=0}$  et transrésistances reste très intuitive



Pour illustrer le concept, on reprend le premier exemple. L'application numérique sera comparée aux autres développements.

On exploite le modèle défini par les équations suivantes :

$$V_1 = R_{11}.I_1 + R_{12}.I_2$$
  
 $V_2 = R_{21}.I_1 + R_{22}.I_2$ 

Les développements donnent encore une fois les résultats prévus, à la fois pour  $V_2$  =  $V_{\text{OUT}}$  et  $V_1$  =  $V_{\text{IN}}$